

1, mission

家を倒せる強い風を起こせ

2, 家の転倒について

一辺 a 、質量 m の立方体がある。

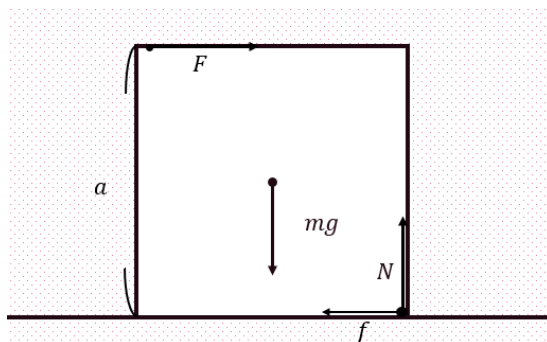


図 1：物体とそれに働く力

ただし、 F : 外力 (N)

g : 重力加速度 (m/s^2)

N : 垂直抗力 (N)

f : 摩擦力 (N)

とする。 F は物体の上端にかかっているものとする。

力のつり合いより、

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$

転倒モーメント¹⁾は

$$M_F = Fa$$

重力によるモーメントは

$$M_g = \frac{1}{2}amg$$

よって、転倒条件は

$$M_F > M_g$$

$$Fa > \frac{1}{2}amg$$

$$F > \frac{1}{2}mg \cdots \textcircled{1}$$

となる。よって、 $\textcircled{1}$ の条件を満たすとき、物体は転倒する。

3. 撃力の定義

力積 I を次の式で定義する。

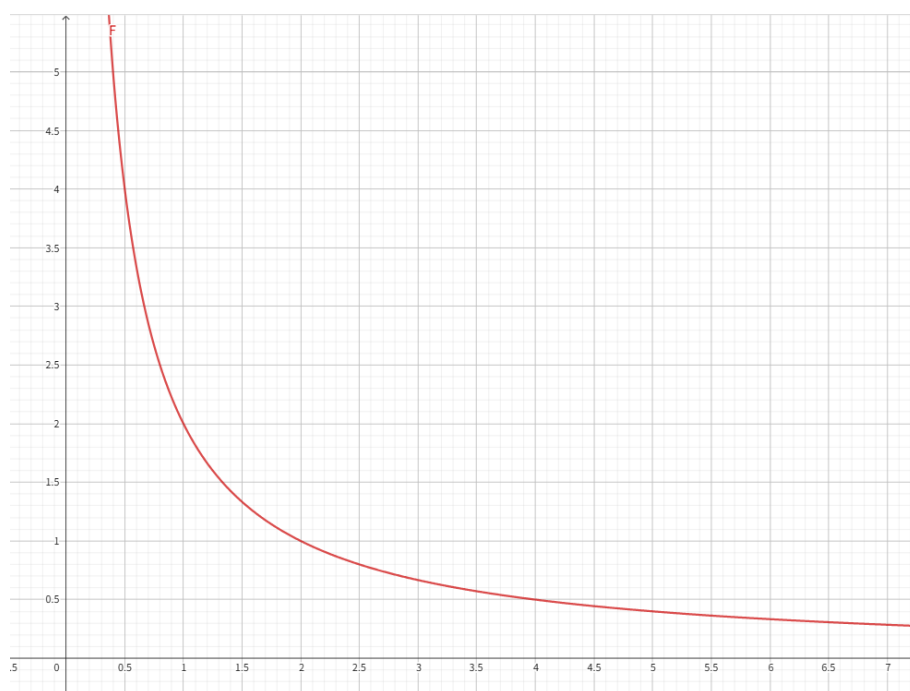
$$I = \int_0^{\Delta t} F(t) dt$$

これは、 Δt の間に与えられた力の総和を示す。

この時間内に与えられた平均の力 $\bar{F}$ は

$$\bar{F} = \frac{I}{\Delta t}$$

で示される。ここで I 一定の時、 $\bar{F}$ と Δt の関係をグラフに示す。



この Δt をできるだけ小さくしていくと

$$\lim_{\Delta t \rightarrow +0} \frac{I}{\Delta t} = \infty$$

のようになり平均の力 $\bar{F}$ は無限大に発散する。この瞬間的な大きな力を撃力と呼ぶ。

また、時間をかけて力を加えるとき、 Δt は大きくなるため上のグラフから、平均的な力 $\bar{F}$ も小さくなってしまう。そうすると、①の条件を満たさなくなってしまう。

よって、家を倒すためにはできるだけ Δt を小さくすることが必要であると考えられる。²⁾

4. 風を起こす機構について

では、 Δt を小さくするにはどうすれば良いかを考える。直感的に考えると Δt を小さくするには風速を大きくすれば良さそうなので、これを示す。

初めに、単位時間あたりに建物に衝突する空気の質量 m_0 (kg/s) は

$$m_0 = \rho A v$$

で表される。

ρ : 空気の密度(kg/m³)

A : 風の当たる断面積 (m²)

v : 風速 (m/s)

である。

ただし、これは単位時間当たりであり力は Δt 秒間ぶつかるから、最終的に衝突した空気の質量 m (kg)は

$$m = \rho A v^2 \Delta t$$

よってこの空気の運動量³⁾は

$$\Delta p = m v = \rho A v^2 \Delta t$$

と表せる。

Δp : 運動量 (kg・m/s²)

また、力積の定義から

$$I = \int_0^{\Delta t} F(t) dt = \bar{F} \cdot \Delta t = \Delta p$$

であるから

$$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho A v^2$$

となる。

また、

$$\bar{F} = \frac{I}{\Delta t}$$

だから、

$$\frac{I}{\Delta t} = \rho A v^2$$

これを Δt について解いて、

$$\Delta t = \frac{I}{\rho A v^2}$$

よって v を大きくすると Δt が小さくなることができる。

ここから、風速を大きくすることのできる風を起こす機構について考える。

ここで、我々は風を起こす機構を主に

①容器圧縮型

②扇ぎ型

に分類した⁴⁾。では、風速を出すにはどのようにすればよいだろうか考える。

①及び②においても空気に圧力を加えて、それが風速に変換されているというようにとらえることができる。

ここで、圧力と風速に関して以下の定理⁵⁾が成り立つ。

$$\text{ベルヌーイの定理: } P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{定数}$$

P : 圧力 (Pa)

静止している空気の圧力を P_0 (Pa)、風の圧力を P_1 、風速を v とする。

風を起こす機構で与えられた圧力 ΔP は

$$\Delta P = P_0 - P_1 > 0$$

と表すことができる。

ベルヌーイの定理から

$$P_0 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

これを v について解いて

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

よって、加えた圧力が大きいほど、風速も大きくなる。

①では空気が自由に逃げられないためより圧力を伝えることができるが、②では空気は逃げるため圧力がそれほど伝わらない、よって圧力を伝えやすい①の容器圧縮型が適していると考えられる。

また、 ΔT (s)間で ΔP 加えたとすると、平均の圧力 $\bar{P} = \frac{\Delta P}{\Delta T}$ となる。先ほどと同様に考え

て、 ΔT が大きいと $\bar{P}$ は小さくなり、結果として v が小さくなる。よって圧力を加える時間 ΔT も小さいほうが好ましいと考えられる。

以上の議論から考えられる工夫

ア) 容器圧縮型

イ) 一瞬で圧力を加えられる

次に、穴の大きさと風速の関係を探る。

堀高生が実験をしたところ次のような関係が穴の大きさ $S(\text{cm}^2)$ と平均風速 $v(\text{m/s})$ には次のような関係が見られた。

S	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
v	1.84	4.42	4.42	5.82	5.14	4.96	4.72	4.18	2.82	1.86

考察として

a) S を小さくすると、ノズル効果⁶⁾で風速は大きくなるが、その分摩擦及び圧力による運動エネルギーの損失が大きくなる・

b) S を大きくすると、摩擦及び圧力による運動エネルギーの損失は減るが、その分風速が小さくなってしまう

c) a と b の関係が釣り合う適切な S が存在する

以上のことから工夫として

運動エネルギーの損失とノズル効果がつりあう適切な穴の大きさが考えられる

最後に出た空気の様子について考える。

以下の QR を読み込んで空気砲からでた風の様子を見ていただきたい。



このように、出ている空気が乱流であることが分かると思う。

実は、乱流の定義は未だに一つに定まっていないが、今回は分子のベクトルがバラバラな状態と定義する。

ここで、風が乱流か層流かを判断する指標としてレイノルズ数を導入する

$$\text{レイノルズ数: } Re = \frac{\rho v L}{\mu}$$

L : 平均の長さ⁷⁾

μ : 動粘性係数

ここで、 $Re > 2300$ の時、出た空気は乱流であり、 $Re \leq 2300$ の時、層流となる。今まで v を上げるような工夫をしてきたため、乱流になることは致し方ない。

しかし、乱流であると空気中の分子の衝突によりエネルギーの損失が生まれてしまう。よってできるだけ分子のベクトルをそろえる、すなわち整流作用が必要であることが分かる。

最後の工夫として

整流作用を持つこと

が言える。

ただし、安易にノズルをつけたりしてしまうと、ノズルの壁との衝突が起こるため要注意

5. まとめ

家を倒すには、家に撃力を与えることが必要である

風を起こす機構は容器圧縮型が好ましい

考えられる工夫は以下の通り

- ・一瞬で圧縮できること
- ・最適な穴の大きさであること
- ・整流作用をもつこと

6. Extra

Lv.6 と Lv.7 の家は倒すときの仕組みが少し違うところが存在している。実証はできていないので、紹介程度にしておく。

Lv.6

家を倒す作用点は、重心の位置に起因する。Lv.6 のペロ付きでは、立方体の重心とペロの重心が影響し合って、単純な立方体の家より重心の位置がペロ側に来る。その影響から、回転軸はペロ側の辺になると考えられるため、家の転倒は、手前に向かっての回転運動になると考えられる。

Lv.7

この家は非常に風を受け流すので、風が与えることのできる力は小さい。よって、転倒させることはまず無理である。案としては、ベルヌーイの定理より風速を上げると減圧するため、それを応用して上側に非常に風速が大きい風を当てて上からと下からの圧力差を生んで吹きとばすという方法⁸⁾である。しかし、堀高生の中で成功させる

ことはできなかったのでぜひこの家を吹きとばす方法を考えてほしい。

7. おまけ



8. 注釈

- 1) 物体の回転力
- 2) $\bar{F}$ が十分大きければ Δt が小さくある必要はないが、今回は風によって力が起こるので、
 Δt を小さくする方が簡単であると考えた
- 3) 運動量とは物体の運動の激しさ
- 4) 風を起こす機構は全てこの 2 つに分類されるわけではないが便宜上この二つに分類する
- 5) 電車が速いと引き込まれそうになるのはこの定理が働いているからである。電車の周りでは風速が大きいのでその分減圧されるのである。
- 6) 水が出ているホースの口を少し小さくすると水が勢いよく出ることと同じである。
- 7) 今回の場合、風を起こす機構から家までの距離
- 8) 鳥や飛行機はこのように飛んでいる